

## Problème 211 – Demon Slayer et les tentacules de Enmu

Niveau : Première (Spécialité Maths)

Chapitre : Suites numériques

Inédit, publié le 24/05/2021



« Demon Slayer– Le train de l’Infini » (en japonais : « Kimetsu no yaiba - Mugen ressha-hen : 「鬼滅の刃」 無限列車編 »), le premier film issu du manga et anime à succès, est déjà dans l’histoire pour avoir battu le record du nombre d’entrées au cinéma au Japon, devant le mythique « Le Voyage de Chihiro ».

Pour ceux qui ne connaissent rien au manga, on suit dans « Demon Slayer » le périple de Kamado Tanjirō, un jeune marchand de charbon devenu pourfendeur de démons dans l’espoir de guérir sa sœur Nezuko transformée en démon. Le film, difficilement abordable pour les non-initiés, se concentre sur un passage particulier de l’histoire, où Tanjirō, aidé de Nezuko, Zenitsu, Inosuke et du pilier de la flamme Kyōjurō Rengoku (on les appellera simplement tous ensemble dans le problème : les Demon Slayer) combattent un démon nommé Enmu dans un train. Enmu se trouve être un ennemi particulièrement redoutable, capable de fusionner son corps avec le train tout entier et de régénérer infiniment son corps sous forme de tentacules.

Dans ce problème, on propose une modélisation simplifiée du développement des tentacules de Enmu, et du combat des Demon Slayer pour les trancher. On imagine que Enmu, au début de son combat contre les Demon Slayer en tant que train, a une seule tête qu’on assimile à un tentacule. On pose  $(u_n)$  une suite qui à une étape  $n$  associe le nombre de tentacules de Enmu, sachant qu’entre chaque étape consécutive, s’écoulent 10 secondes pendant lesquelles Enmu a la capacité de doubler son nombre de tentacules si personne ne les coupe (voir images en **Annexe 1**).

On pose ainsi, au moment initial:  $u_0 = 1$ .

- 1) Dans les premières secondes, on suppose que les Demon Slayer n’interviennent pas encore.
  - a) Calculer  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ .
  - b) Après avoir donné, sans justifier, la nature et les caractéristiques de  $(u_n)$  dans ce cas, exprimer  $u_n$  en fonction de l’étape  $n$ .
  - c) En déduire le nombre de tentacules que Enmu aura développé au bout de 1 minute, sans l’intervention des Demon Slayer.

2) Passée cette première minute, les Demon Slayer s'attaquent à Enmu à l'étape suivante. Pour simplifier, on va considérer qu'à chaque étape, Enmu continue de doubler ses tentacules, mais que les Demon Slayer, avec leurs forces cumulées, parviennent à trancher 25 de ces tentacules dont le nombre vient de doubler.

Justifier que pour  $n \geq 6$ ,  $u_{n+1} = 2u_n - 25$ .

3) On cherche dans cette question à établir une expression du nombre de tentacules de Enmu en fonction de l'étape  $n$ .

On pose, pour  $n \geq 6$ ,  $v_n = u_n - 25$ .

a) Justifier que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme  $v_6$  et la raison.

b) En déduire, pour  $n \geq 6$ , une expression de  $v_n$ , puis de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

4) A l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien de temps le nombre de tentacules de Enmu dépassera 100 000.

b) Expliquer pourquoi, dans ce modèle, il paraît impossible aux Demon Slayer de se débarrasser de Enmu uniquement en coupant 25 tentacules à chaque étape.

c) Dès leur première attaque contre Enmu, quel est le nombre de tentacules que les Demon Slayer doivent trancher entre chaque étape pour que le nombre de tentacules reste stable ?

### Annexe 1



*Kamado Tanjirō fait face à la « tête initiale » de Enmu*



*Nezuko face aux tentacules qui se développent dans le train*